



Aufgaben mit historischem Inhalt im Spannungsfeld zwischen Mathematikdidaktik und Geschichtsdidaktik

Claudia Böttinger, 14.05.2021

UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

Zwei unterschiedliche Zugänge zur Mathematikgeschichte im Unterricht

Jahnke bzw. Jahnke, Richter **(1991, 1998, 2004, 2008)**

Zielen auf das Verstehen und Einfinden in die historische Situation, aus der heraus sich mathematische Begriffe entwickelt haben.

Ziel: Sinn für die historische Dimension der Mathematik entwickeln, indem man punktuell wie ein Historiker arbeitet.

Zwei unterschiedliche Zugänge zur Mathematikgeschichte im Unterricht

Jahnke bzw. Jahnke, Richter (1991, 1998, 2004, 2008)

Zielen auf das Verstehen und Einfinden in die historische Situation, aus der heraus sich mathematische Begriffe entwickelt haben.

Ziel: Sinn für die historische Dimension der Mathematik entwickeln, indem man punktuell wie ein Historiker arbeitet.

S. Thom (2013)

„[...] die Geschichte selbst ist nicht Inhalt, sondern Vehikel, Werkzeug für den Aufbau inhaltsbezogener wie allgemeiner Kompetenzen. [...]“

Geschichtliches Arbeiten wird eher im Sachunterricht oder im fächerübergreifenden Unterricht gesehen.

Zwei unterschiedliche Zugänge zur Mathematikgeschichte im Unterricht

Jahnke bzw. Jahnke, Richter (1991, 1998, 2004, 2008)

Zielen auf das Verstehen und Einfinden in die historische Situation, aus der heraus sich mathematische Begriffe entwickelt haben.

Ziel: Sinn für die historische Dimension der Mathematik entwickeln
punktuell wie ein Historiker

Gesucht ist ein Weg, bei dem sowohl die mathematischen Kompetenzen gefördert werden als auch ein Bewusstsein für die historische Entwicklung angestoßen werden kann.

S. Thom (2013)

„[...] die Geschichte selbst ist nicht Inhalt, sondern Vehikel, Werkzeug für den Aufbau inhaltsbezogener wie allgemeiner Kompetenzen. [...]“

Geschichtliches Arbeiten wird eher im

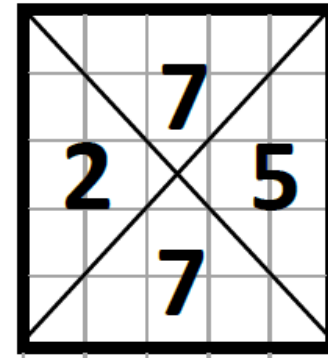
erricht gesehen.

Beispiele

Beispiel 1: Mathematische Aktivitäten unter Nutzung historischer Mathematik

Adam Ries und die Neunerprobe

1. Bestimmung der Neunerreste mit Division durch 9.
 - Technik kennen lernen und durchrechnen
 - Grenzen des Verfahrens erkennen
 - erste Ansätze zu einer Erklärung
 - Aufgaben zu einer vorgegebenen Neunerprobe finden
 - Aufgaben mit falschem Ergebnis suchen, bei denen die Neunerprobe richtig ist
2. Quersummenregel – Herleitung durch Umlegen von Plättchen im Stellenwertordner. Anwendung: Bestimmung des Neunerrests bei der Neunerprobe.



Mithilfe der Neunerprobe lässt sich überprüfen, ob eine Aufgabe falsch gerechnet wurde: $101+32=133$
Summe Neunerreste von 101 und 32 ist $2+5$
Neunerrest von 133 ist 7

Beispiel 1: Mathematische Aktivitäten unter Nutzung historischer Mathematik

Adam Ries und die Neunerprobe

Aus mathematikdidaktischer Sicht eine Lernumgebung mit vielen mathematischen Aktivitäten

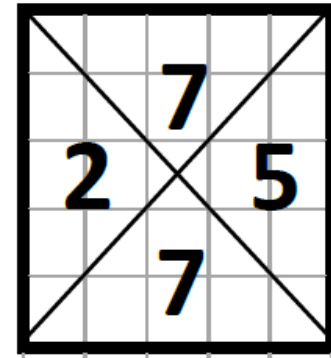
Problem

Die historische Mathematik ist Aufhänger

Die Kinder bewerten schnell negativ:

Da das Verfahren nicht alle Fehler findet, wird ein naiver Fortschrittglaube unterstützt – heute geht die Probe mit dem Taschenrechner doch viel einfacher!

D. h. der historische Kontext bleibt vordergründig unberücksichtigt



Mithilfe der Neunerprobe lässt sich überprüfen, ob eine Aufgabe falsch gerechnet wurde: $101 + 32 = 133$

Summe Neunerreste von 101 und 32 ist $2 + 5$
Neunerrest von 133 ist 7

Beispiel 2: Arbeit mit alten Maßen

Längen, Gewichte, Geld

Historische Größen werden genauso behandelt,
wie aktuelle Größen

Kennenlernen des Maßsystems

Messaktivitäten

Umrechnungsaufgaben

Eine größere Aktivität: Grundriss eines römischen
Kastells im Miniaturformat

Aufgabe 1: Rechne vollständig in die anderen Einheiten um.

digitus	palmus	pes
32		
	8	
		5
	12	
		7

$$1 \text{ pes} = 4 \text{ palmi}$$

$$1 \text{ palmus} = 4 \text{ digiti}$$

Aufgabe 3: Miss deinen Körper und gib deine Größen in römischen Maßeinheiten an. Überlege, wie du messen kannst. Die röm. Maße kannst du aus Papier konstruieren.

- Ich bin _____ groß
- Mein Bein ist _____ lang
- Mein Arm ist _____ lang
- Mein _____
- Mein _____
- Tisch _____
- ...
- ...

Beispiel 2: Arbeit mit alten Maßen

Längen, Gewichte, Geld

Durch die Vorbereitung bekommen die Kinder einen guten Zugang zu den Maßen
Die Aktivitäten werden sehr geschätzt.

Problem

Das ist kein historischer Umgang mit Maßen, Studierende lieben den „Spaßfaktor“ der Aktivitäten. Man gerät leicht in die Probleme der Geschichtskultur, bei der historische Phänomene sinnlich zugänglich gemacht werden und so ein Bedeutungsverlust einhergeht.

Aufgabe 1: Rechne vollständig in die anderen Einheiten um.

digitus	palmus	pes
32		
	8	
		5
	12	
		7

$$1 \text{ pes} = 4 \text{ palmi}$$

$$1 \text{ palmus} = 4 \text{ digiti}$$

Aufgabe 3: Miss deinen Körper und gib deine Größen in römischen Maßeinheiten an. Überlege, wie du messen kannst. Die röm. Maße kannst du aus Papier konstruieren.

- Ich bin _____ groß
- Mein Bein ist _____ lang
- Mein Arm ist _____ lang
- Mein _____
- Mein _____
- Tisch _____
- ...
- ...

Beispiel 3: Textaufgaben – historische (aus einem Rechenbuch) oder aktuelle

Columbus und die Entdeckung Amerikas

	Columbus	
Die Erde wird in 360 Längengrade geteilt. Strecke, die nicht befahren werden muss	Insgesamt: 225 Längengrade + 30 (Marco Polo) + 15 (Herkunft unbekannt)	
Länge eines Teils am Äquator	66 Meilen (italienische)	
Geschwindigkeit von uns ermittelt aus dem Bordbuch von Columbus	1200 (italienische) Meilen in 6 Tagen	



Christoph Columbus

Beispiel 3: Textaufgaben – historische (aus einem Rechenbuch) oder aktuelle

Columbus und die Entdeckung Amerikas

	Columbus	
Die Erde wird in 360 Längengrade geteilt. Strecke, die nicht befahren werden muss	Insgesamt: 225 Längengrade + 30 (Marco Polo) + 15 (Herkunft unbekannt)	
Länge eines Teils am Äquator	66 Meilen (italienische)	
Geschwindigkeit von uns ermittelt aus dem Bordbuch von Columbus	1200 (italienische) Meilen in 6 Tagen	



Christoph Columbus

Wie lange dauert die Reise mit den Annahmen von Columbus? 21 Tage

Beispiel 3: Textaufgaben – historische (aus einem Rechenbuch) oder aktuelle

Columbus und die Entdeckung Amerikas

	Columbus	Realistische Annahmen
Die Erde wird in 360 Längengrade geteilt. Strecke, die nicht befahren werden muss	Insgesamt: 225 Längengrade + 30 (Marco Polo) + 15 (Herkunft unbekannt)	130 Längengrade (auf dem Globus suchen)
Länge eines Teils am Äquator	66 Meilen (italienische)	66 Meilen (arabische)
Geschwindigkeit von uns ermittelt aus dem Bordbuch von Columbus	1200 (italienische) Meilen in 6 Tagen	900 (arabische) Meilen in 6 Tagen



Christoph Columbus

Wie lange dauert die Reise mit realistischen Annahmen? 4 Monate

Beispiel 3: Textaufgaben – historische (aus einem Rechenbuch) oder aktuelle

Columbus und die Entdeckung Amerikas

Inhalt steht klar im Vordergrund, mathematisch komplex. Daten sind recherchiert. Kinder haben viel Hintergrundwissen zu dem Thema.

Problem

Die Aufgabenstellung ist nicht historisch. Die Sichtweise auf Columbus ist unvollständig.

Den Aufgabenstellungen fehlt eine Einordnung.

Keine historische Mathematik.



Christoph Columbus

Was lernt man aus den Beispielen?

Die Beispiele lassen sich unter dem Begriff des Sachrechnens zusammenfassen.

Dabei kommen zahlreiche Aufgabenformate zum Einsatz. Sie bieten Anlässe, um über die Geschichte zu sprechen.

Die Idee, dass man unmittelbar im Rahmen dieser Aufgaben historisch arbeiten könnte, wurde aufgegeben

Was lernt man aus den Beispielen?

Aber ...

Jede Sitzung mit den Kindern wird historisch eingebettet.

Dabei werden ausgewählt Ziele der Geschichtsdidaktik besonders berücksichtigt.

Ziele und Methoden der Geschichtsdidaktik

Geschichtsbewusstsein

S. Schorcht (2018) leitet für Schulbuchbeispiele ab:

Mathemathistorische Beispiele in Schulbüchern sollten...

- *... auf Fragestellungen zur mathematischen Gegenwart der Lernenden eingehen (Sinnbildung durch Gegenwartsbezug)*
- *... den Entwicklungsprozess von Mathematik zeigen, indem die Veränderung durch Alteritätserfahrungen in den Mittelpunkt gestellt wird (Historizität)*
- *... gleichermaßen Darstellungen von bekannten Persönlichkeiten und nicht überregional bekannten Personen zeigen, die einen Einfluss auf Mathematik hatten (Identität)*
- *... die geforderte mathematische Handlung zusätzlich mit der Einsicht in deren Ziel und Zwecke bereichern (Orientierung)*

Geschichtsbewusstsein

Auf den Förderkurs bezogen

Mathemathistorische Beispiele in Schulbüchern sollten...

- *... auf Fragestellungen zur mathematischen Gegenwart der Lernenden eingehen (Sinnbildung durch Gegenwartsbezug)*
- *... den Entwicklungsprozess von Mathematik zeigen, indem die Veränderung durch Alteritätserfahrungen in den Mittelpunkt gestellt wird (Historizität)*
- *... gleichermaßen Darstellungen von bekannte Persönlichkeiten und nicht überregional bekannten Personen zeigen, die eine Einfluss auf Mathematik hatten (Identität)*
- *... die geforderte mathematische Handlung zusätzlich mit der Einsicht in deren Ziel und Zwecke bereichern (Orientierung)*

Geschichtsbewusstsein

Auf den Förderkurs bezogen

Mathemathistorische Beispiele in Schulbüchern sollten...

- *... auf Fragestellungen zur mathematischen Gegenwart der Lernenden eingehen (Sinnbildung durch Gegenwartsbezug)*
- *... den Entwicklungsprozess von Mathematik zeigen, indem die Veränderung durch Alteritätserfahrungen in den Mittelpunkt gestellt wird (Historizität)*
- *... gleichermaßen Darstellungen von bekannte Persönlichkeiten und nicht überregional bekannten Personen zeigen, die eine Einfluss auf Mathematik hatten (Identität)*
- *... die geforderte mathematische Handlung zusätzlich mit der Einsicht in deren Ziel und Zwecke bereichern (Orientierung)*
- *... verschiedene mathematische Einblicke in die Zeit gewähren*

Methoden und Medien

Karten

Dienen geographischen Einordnung

Politische Karten mit den Grenzen von heute!

Für Kinder mit familiärem Hintergrund in diesen Regionen eine besondere Wertschätzung!

Von Reeken 2020



Replikate

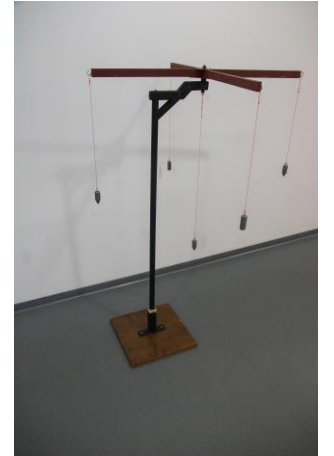
Sachquellen als Ersatz für nicht zugängliche
Materialien

Lassen sich anfassen und untersuchen

Es fehlt der „Kick“ der Unmittelbarkeit



Nachbildungen röm.
Münzen



Groma

Von Reeken 2020

„Münzpresse“ für Borbecker Groschen, Messgeräte
Brotteig, Materialien für einen Markt, Sand für das Rechnen im
Staubbett, Nachbau eines Abakus, ...

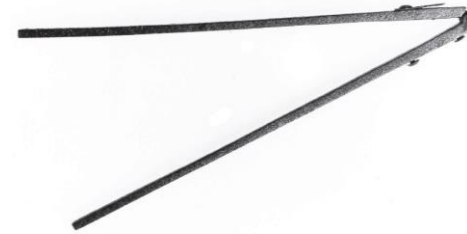
Bilder

Dienen der Motivation und
Zugangserleichterung

Vorsicht: Sie müssen wie Quellen verwendet
werden und daher intensiv betrachtet werden.

Bei uns: Reduktion auf ein notwendiges
Minimum, stehen über einen Kurs zur
Verfügung

Von Reeken 2020



Römischer Klappmaßstab aus Bronze.
Röm. Germanisches Museum, 23/475



Christoph Kolumbus,
posthumes Porträt von
Sebastiano del Piombo,
1519

Erzählungen

Erleichtern es dem Zuhörer, selbst fiktiv eine fremde Rolle zu übernehmen

Es muss erklärend erzählt werden

Es müssen bestimmte Funktionen erfüllt sein: Motivation, Anschauung, Problematisierung

Kinder sollen produktiv mit dem Erzählten umgehen: Welche Beziehung hat der mathematische Inhalt zum Erzählten?

Das Erzählte muss gut recherchiert sein

(Hug 1991, Langer-Plän 2000)

Praktische Umsetzung

Typischer Stundenaufbau

Historische Einführung

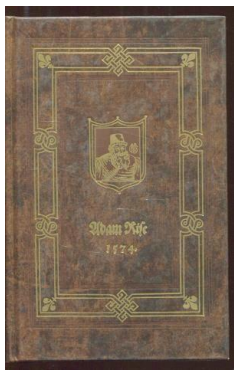
Aktivität: Mathematik

Reflexion

Vor ca. 500 Jahren



Beruf des
Rechenmeisters



Typischer Stundenaufbau

Historische Einführung

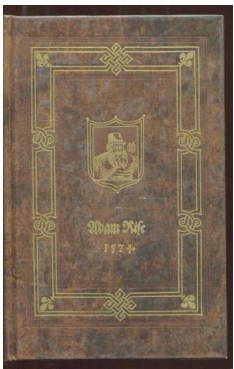
Aktivität: Mathematik

Reflexion

Vor ca. 500 Jahren



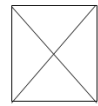
Beruf des
Rechenmeisters



Die Neunerprobe nach Adam Ries(e)

Beispiel:
Stell dir vor, du hast eine Additions-Aufgabe gerechnet: $21+47=68$
Zur Kontrolle des Ergebnisses kann man folgendermaßen vorgehen

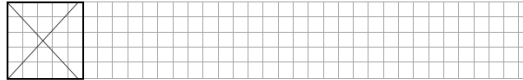
1. Dividiere 21 mit Rest durch 9! $21 : 9 =$ R
Die Zahl hinter R („Neunerrest“) trägt du links in das Kreuz ein!
2. Dividiere 47 mit Rest durch 9! $47 : 9 =$ R
Diese Zahl („Neunerrest“) trägt du rechts in das Kreuz ein!
3. Beide Neunerreste werden nun addiert. Das Ergebnis steht oben im Kreuz.
4. Dividiere das Ergebnis 68 mit Rest durch 9! $68 : 9 =$ R Der Neunerrest steht unten
5. Stimmen die beiden Zahlen oben und unten im Kreuz überein, nimmt man an, dass die Aufgabe richtig ist. Sonst nicht.



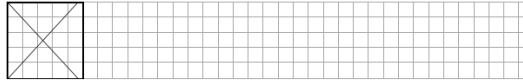
Jetzt bist du dran. Schreibe immer deine Forscherblitze auf.

1. Überprüfe die folgenden Aufgaben mit der Neunerprobe. Rechne die Aufgaben auch selbst. Was fällt dir auf? Schreibe auf.

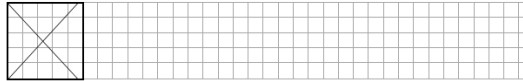
a. $14 + 21 = 35$



b. $127+274=401$



c. $368+207=575$



Typischer Stundenaufbau

Historische Einführung

Aktivität: Mathematik

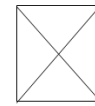
Reflexion

Vor ca. 500 Jahren



Die Neunerprobe nach Adam Ries(e)

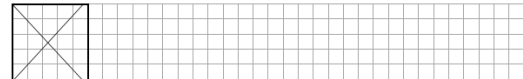
- Beispiel:**
Stell dir vor, du hast eine Additions-Aufgabe gerechnet: $21+47=68$
Zur Kontrolle des Ergebnisses kann man folgendermaßen vorgehen
1. Dividiere 21 mit Rest durch 9! $21 : 9 =$ R
Die Zahl hinter R („Neunerrest“) trägt du links in das Kreuz ein!
 2. Dividiere 47 mit Rest durch 9! $47 : 9 =$ R
Diese Zahl („Neunerrest“) trägt du rechts in das Kreuz ein!
 3. Beide Neunerreste werden nun addiert. Das Ergebnis steht oben im Kreuz.
 4. Dividiere das Ergebnis 68 mit Rest durch 9! $68 : 9 =$ R Der Neunerrest steht unten
 5. Stimmen die beiden Zahlen oben und unten im Kreuz überein, nimmt man an, dass die Aufgabe richtig ist. Sonst nicht.



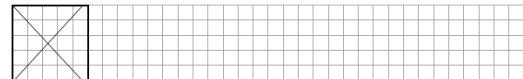
Jetzt bist du dran. Schreibe immer deine Forscherblitze auf.

1. Überprüfe die folgenden Aufgaben mit der Neunerprobe. Rechne die Aufgaben auch selbst. Was fällt dir auf? Schreibe auf.

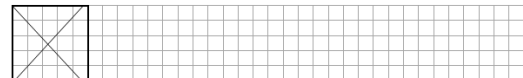
a. $14 + 21 = 35$



b. $127+274=401$



c. $368+207=575$



Reflexionsfragen mit Rückbezug zum Stundenanfang:

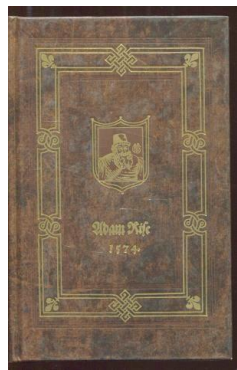
Warum war die Probe nützlich und praktisch?

Wie macht man heute eine Probe?

Vergleicht.



Beruf des Rechenmeisters



Typischer Semesteraufbau

Einführung

Aktivität: Mathematik

Reflexion

Vor ca. 500 Jahren

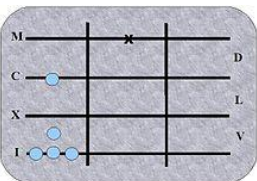
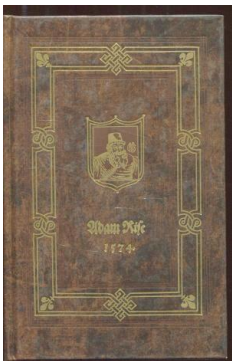


Beruf des Rechenmeisters



Ross: Das brot am getweide, brot vff ein [schüssel]

groß.	lb	lot	qnt	teil.	schüssel
20	6	2	8		40
21	6	0	0	0	42
22	5	3	1	2	44
23	5	1	5		46
24	5	8	0	0	48
25	5	1	1	3	50
26	4	2	7	0	52
27	4	2	1	9	54
28	4	1	6	0	56
29	4	1	1	4	58
30	4	6	1	8	60



- Rechnen auf den Linien
- Neunerprobe
- Brotordnung
- Das Münzsystem zur Zeit von A.R.
- Simulation eines Markts
- In Planung: Längenmaße
- ...

Es kann sich ein differenziertes Bild von Adam Ries und der Zeit entwickeln.

Rechnen im praktischen Alltag. Es ergibt sich aus der wirtschaftlichen Entwicklung (nicht nur) in Annaberg.

Was lernt man aus den Beispielen?

Fazit

Mathematikdidaktische und geschichtsdidaktische Ziele lassen sich bei der Arbeit mit mathematisch interessierten Grundschulkindern verbinden.

Die Idee besteht in einer Trennung der beiden ganz unterschiedlichen Disziplinen im Rahmen einer Sitzung. Zusammengeführt werden sie in einer Reflexionsphase.

**Vielen Dank für die Aufmerksamkeit
und Ihr Interesse!**

Claudia.boettinger@uni-due.de