Michel Serfati über die Einführung des Begriffs der Transzendenz in die Mathematik durch Leibniz

Siegmund Probst (Hannover)

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

FECUNDAT ET ORNAT
SIGILL. SOC. REG.
SCIENTIARUM
GOTTING.

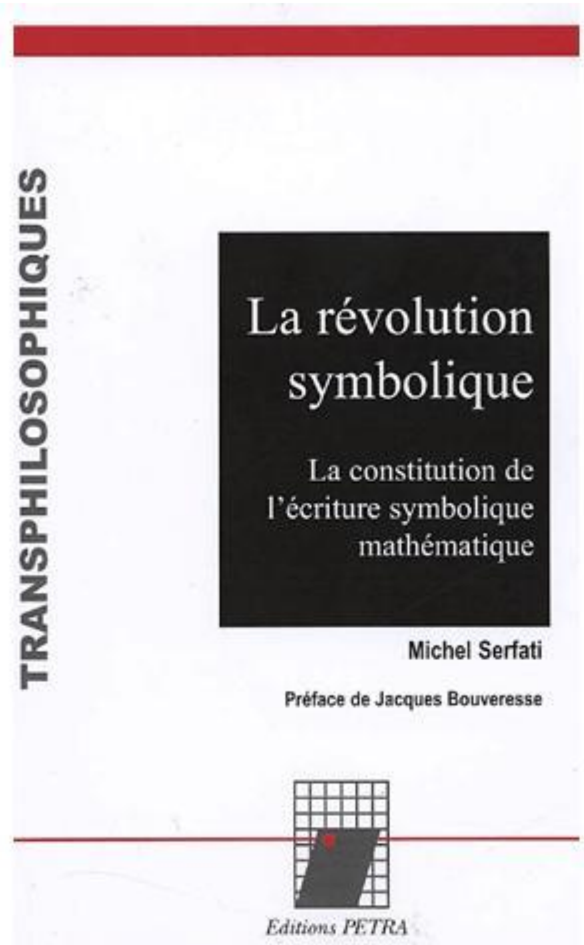
Michel Serfati (1938-2018)

2011 beim Leibniz-Kongress in Hannover

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

FECUNDAT ET ORNAT
SIGILL. SOC. REG. SCIENTIARUM GOTTING.

Michel SERFATI
La révolution symbolique -
La constitution de l'écriture symbolique mathématique
Paris : Pétra, 2005



Michel SERFATI

Leibniz and the Invention of Mathematical Transcendence

(Studia Leibnitiana – Sonderhefte, Band 53),

Stuttgart: Steiner, 2018

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

SIGILL. SOC. REG. SCIENTIARUM GOTTING.
FECUNDAT ET ORNAT

Gottfried Wilhelm Leibniz hat seit 1673 den Begriff „transzendent“ verwendet, um damit mathematische Objekte zu bezeichnen, die nach der Auffassung von René Descartes mit geometrischen Methoden nicht exakt behandelt werden konnten. Dazu gehörten zunächst Kurven, die analytisch nicht durch eine algebraische Gleichung dargestellt werden konnten. In den folgenden Jahrzehnten entwickelte und erforschte Leibniz das Gebiet des Transzendenten in der Mathematik, oft in Diskussionen mit E. W. von Tschirnhaus, Christiaan Huygens und vor allem mit Johann Bernoulli. Mit „Leibniz and the Invention of Mathematical Transcendence“ hat Michel Serfati 2018 die erste umfassende Studie zu diesem Thema vorgestellt, in der die Entstehung, Entwicklung und Rezeption dieser Revolution im mathematischen Denken erforscht und Entwicklungen bis ins 20. Jahrhundert skizziert werden.

MSC2020-Mathematics Subject Classification System 1

11-XX Number theory: 11Jxx Diophantine approximation, transcendental number theory; 11J81 Transcendence (general theory); 11J82 Measures of irrationality and of transcendence; 11J89 Transcendence theory of elliptic and abelian functions; 11J91 Transcendence theory of other special functions; 11J93 Transcendence theory of Drinfel'd and t-modules

12-XX Field theory and polynomials: 12F20 Transcendental field extensions

14-XX Algebraic geometry: 14C30 Transcendental methods, Hodge theory (algebrogeometric aspects), Hodge conjecture

MSC2020-Mathematics Subject Classification System 2

32-XX Several complex variables and analytic spaces: 32J25 Transcendental methods of algebraic geometry (complex-analytic aspects)

34-XX Ordinary differential equations: 34M15 Algebraic aspects (differential-algebraic, hypertranscendence, group-theoretical) of ordinary differential equations in the complex domain

65-XX Numerical analysis: 65Hxx Nonlinear algebraic or transcendental equations

https://mathscinet.ams.org/msnhtml/msc2020.pdf

Kurt Mahler, *Lectures on Transcendental Numbers*, Berlin [u.a.] : Springer, 1976, S. 213

1. While J. Liouville in 1844 gave the first examples of transcendental numbers (Chapter 1, §10), the modern proofs of transcendency started with Hermite's paper of 1873. Already L. Euler had suggested that both e and π are transcendental, and the irrationality of e^r for rational $r \neq 0$ and of π had in fact been proved by J.H. Lambert in 1770. However, the transcendency of e and π was not established until a century later, that of e by Hermite in the paper quoted, and that of π (and more) by F. Lindemann in 1882. Lindemann obtained his results by a generalisation of Hermite's method, which thus proved basic for both problems.

Inhaltsübersicht

LEIBNIZ AND THE INVENTION OF MATHEMATICAL TRANSCENDENCE

Vorwort: The Adventures of an Impossible Inventory

1) Discovering Transcendence

2) The Search for an Inventory

3) Towards an “Analysis of the Transcendent”

4) The Reception of the Transcendence

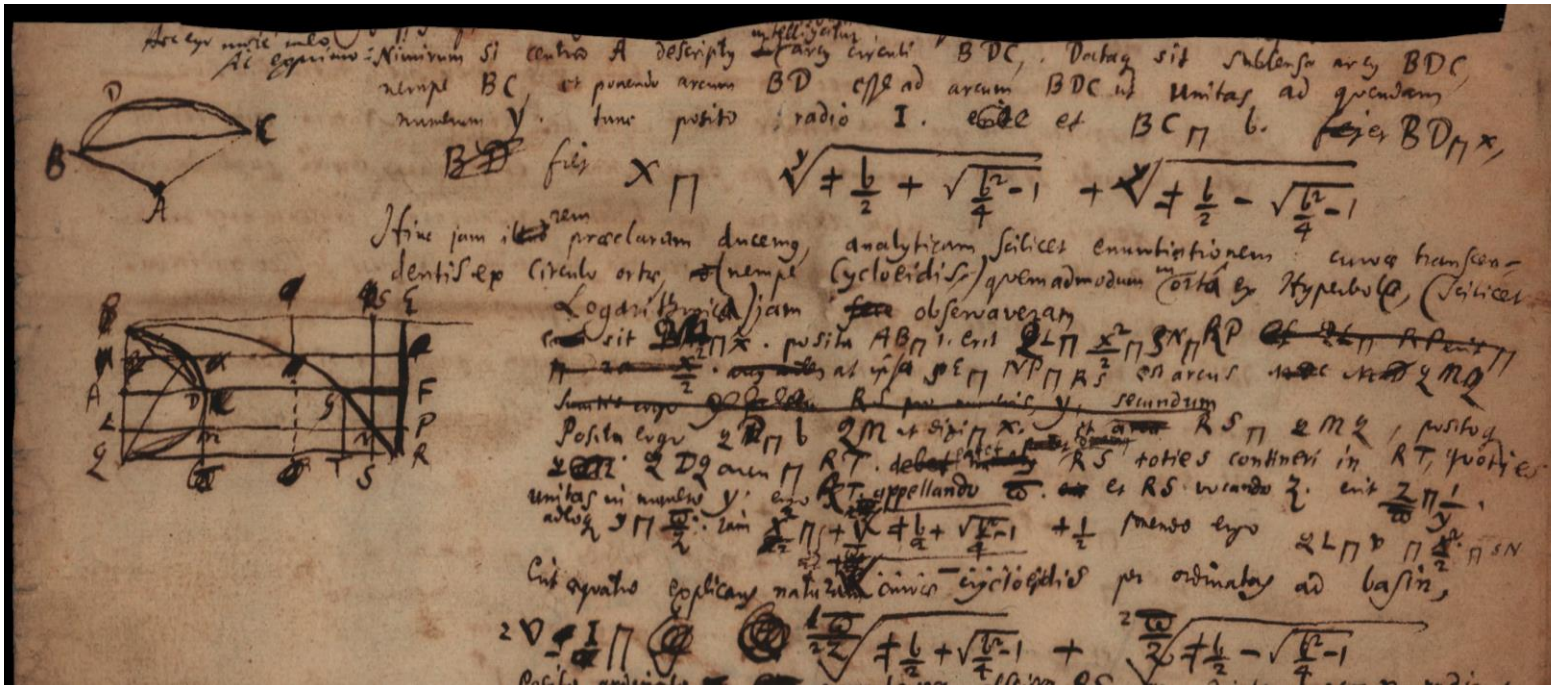
1) Die Entdeckung der Transzendenz

- Quadraturen durch unendliche Ausdrücke (Produkte, Summen etc.)
- Interpretation von Exponentialausdrücken mit Buchstaben im Exponenten

De vera proportione circuli (1682)

Die gesamte Reihe enthält somit alle Näherungen zusammen, sei es, dass sie größer, oder sei es, dass sie kleiner als der richtige Wert sind. […] Folglich drückt die gesamte Reihe den exakten Wert der Kreisfläche aus. Und wenngleich keine einzelne Zahl die Summe dieser Reihe ausdrücken kann und diese Reihe sich bis ins Unendliche fortsetzt, so wird die gesamte Reihe dennoch durch den Verstand ausreichend erfasst, da sie auf einer einzigen Progressionsgesetzmäßigkeit beruht. Denn da ja Kreis und Quadrat nicht kommensurabel sind, kann deren Verhältnis nicht durch eine einzige Zahl ausgedrückt werden (übs. Heß/Babin)

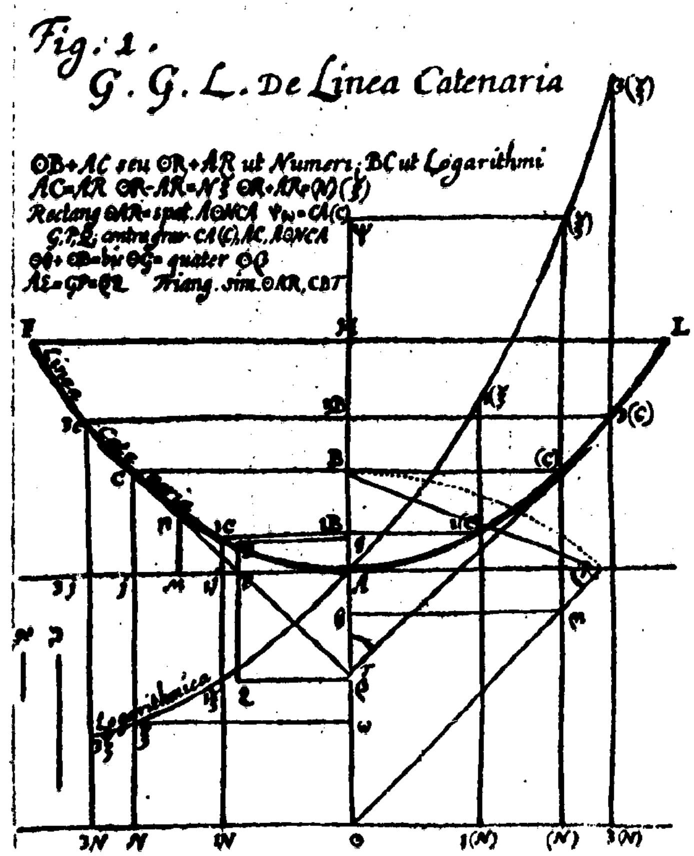
LH 35 III B 9 Bl. 2 v° (Detail), November 1675



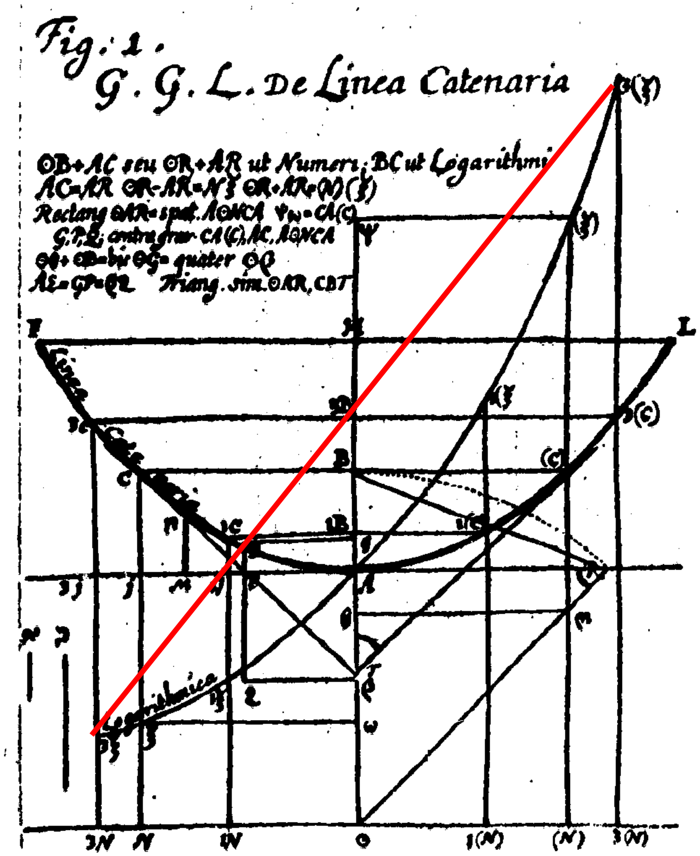
2) Die Suche nach einem Inventar

- Symbolisches Inventar: Exponentialausdrücke (a^x), interszendente Ausdrücke ($a^{\sqrt{2}}$)
- Geometrisches Inventar: perkurrente Kurven, Evoluten, Quadratrizen

Acta Eruditorum, Juni 1691, zu S. 278ff



Acta Eruditorum, Juni 1691, zu S. 278ff



3) Die Suche nach einer „Analysis des Transzendenten“

- Erzeugung von Transzendenz durch iteriertes Quadrieren oder Abwickeln von Kurven
- Hierarchien von Transzendenz

4) Die Rezeption der Transzendenz

- Zeitgenossen: Tschirnhaus, Craig, Sturm, Huygens, Johann Bernoulli, L'Hospital
- Nachwelt: Euler, Lambert, … (Comte)

Carl Ludwig Siegel, *Transcendental Numbers*, Princeton UP, 1949

PREFACE

This booklet reproduces with slight changes a course of lectures delivered in Princeton during the Spring term 1946. It would be misleading to call it a theory of transcendental numbers, our knowledge concerning transcendental numbers being narrowly restricted. The text deals with a few special transcendency problems of some interest, but it is more than a mere collection of scattered examples, since it involves a method which might be useful in the search of more general results.

Carl Ludwig Siegel.

April, 1949
Princeton, New Jersey.

Textausgaben

Gottfried Wilhelm LEIBNIZ, *Sämtliche Schriften und Briefe*, 1923ff

(s. https://leibnizedition.de/)

Gottfried Wilhelm LEIBNIZ, *Die mathematischen Zeitschriftenartikel*. Übers. und komm. von Heinz-Jürgen Heß und Malte-Ludolf Babin, Hildesheim ; Zürich [u.a.] : Olms, 2011

Weitere Literatur 1

Viktor BLÅSJÖ, „The rectification of quadratures as a central foundational problem for the early Leibnizian calculus“, in: *Historia mathematica* 39 (2012), S. 405-431

Viktor BLASJÖ, *Transcendental Curves in the Leibnizian Calculus*, Duxford : Academic Press, 2017

Herbert BREGER: „Leibniz' Einführung des Transzendenten“, in: *300 Jahre Nova Methodus von Leibniz*, hrsg. von Albert Heinekamp, Stuttgart, 1986, S. 119-132

Eberhard KNOBLOCH: „Beyond Cartesian limits: Leibniz's passage from algebraic to ‚transcendental' mathematics“, in: *Historia Mathematica* 33 (2006), S. 113-131

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

FECUNDAT ET ORNAT
SIGILL. SOC. REG. SCIENTIARUM GOTTING.

Weitere Literatur 2

Siegmund PROBST, „Leibniz und die cartesische Geometrie (1673-1676)“, in: *Zeitläufte der Mathematik*, hrsg. von Hans Fischer u. Stefan Deschauer, Augsburg : Rauner, 2012, S. 149-159

David RABOUIN, „Michel Serfati (1938-2018), in memoriam“, in: *Archives de Philosophie* 82 (2019), S. 591-592

Michael RAUGH, Siegmund PROBST, „The Leibniz catenary and approximation of *e* – an analysis of his unpublished calculations“, in: *Historia Mathematica* 49 (2019), S. 1-19

Ivo SCHNEIDER: „Der Mathematiker Abraham de Moivre (1667-1754)“, in: *Archive for History of Exact Sciences* 5 (1968), S. 177-317

Vielen Dank für Ihre

Aufmerksamkeit!

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

FECUNDAT ET ORNAT
SIGILL. SOC. REG. SCIENTIARUM GOTTING.