

Leitfaden Sachanalyse

Die folgenden Informationen sind als Hinweise und Anregungen für Studierende im Fach Mathematik zur Formulierung einer Sachanalyse zu verstehen. Die Sammlung hat keinen Anspruch auf Vollständigkeit und ist keine Checkliste zum Abhaken. Die Studierenden wählen die für die geplante Stunde relevanten Aspekte aus und setzen notwendige Schwerpunkte. Ziel der Sachanalyse ist das Darlegen des höheren Standpunkts bezogen auf das Stundenthema.

Allgemeines:

- Nennung des mathematischen Gebiets (Ober- und Unterthemen)
 - z. B. das Thema „Beziehungen zwischen Vierecken (Haus der Vierecke)“ lässt sich dem Bereich der Geometrie und dort genauer der ebenen Geometrie zuordnen
- kurze Beschreibung, auf welche mathematischen Inhalte das Thema aufbaut
 - z. B. bei der Multiplikation: Einführung der natürlichen Zahlen, Addition als Operation auf den natürlichen Zahlen
- Deduktives Vorgehen, d. h. allgemein definieren und dann durch Einschränkung der Parameter auf die in der Stunde behandelten Spezialfälle schließen
 - z. B. LGS allgemein und in der Stunde als Spezialfall die gleiche Anzahl an Zeilen und Spalten
- Beachtung der korrekten mathematischen Struktur: Trennung von Definition, Sätzen/Folgerungen und Beweis
 - z. B. Satz des Pythagoras als Satz und nicht als Definition bezeichnen
- Nutzen von Fachbegriffen
 - z. B. Permutation, Kombination, Variation, geometrische Figuren
- Bilder einfügen, wenn sinnvoll
 - z. B. Geodreieck, Zirkel

Inhaltsbezogene Kompetenzbereiche

Zahlen und Operationen:

- Einführung von Zahlbereichen
 - Definition des Zahlbereichs
 - Nennen der algebraischen Struktur des Zahlbereichs
 - z. B. Halbgruppe, Gruppe, Ring, Körper
 - Beschreibung der Eigenschaften der algebraischen Struktur
 - z. B. neutrales Element und inverse Elemente sowie Nennung der Objekte bezogen auf die algebraische Struktur und sich daraus ergebende Rechengesetze
 - Darstellung entsprechender Axiome
 - z. B. Peano-Axiome bei den natürlichen Zahlen, Axiome aus der Geometrie

INFORMATIONEN ZU GHR 300, Kohorte 2022/23

- Relationen
 - Nennung des Zahlbereichs, in dem die Relation definiert und angewandt wird (vgl. Einführung von Zahlbereichen)
 - Definition der entsprechenden Relation über die Eigenschaften
 - z. B. Äquivalenzrelation für Bruchzahlen
- Operationen
 - Nennung des Zahlbereichs, auf dem die Operation definiert und angewandt wird (vgl. Einführung von Zahlbereichen)
 - Zuordnung der algebraischen Struktur (vgl. Einführung von Zahlbereichen)
 - Definition der in der Stunde zu behandelnden Operation
 - Beschreibung allgemeiner Zusammenhänge ggf. mit zur Stunde passenden Beispielen
 - z. B. Verdoppeln, Halbieren oder Stellenwertsystem beim schriftlichen Rechnen

Raum und Form:

- Figuren und Körper
 - Einordnung in die entsprechende Dimension
 - z. B. Quadrat als Figur des \mathbb{R}^2
 - Definition Figur allgemein
 - z. B. ebene Figur als Teilmenge des \mathbb{R}^2
 - Definition der entsprechenden Figuren/Körper inkl. benötigter Begriffe
 - z. B. 8 Ecken, 12 Kanten und 6 Seiten bei einem Würfel/Hexaeder
 - Beziehungen zwischen Figuren aufzeigen
 - z. B. Haus der Vierecke, gerader Zylinder als Spezialfall des allgemeinen Zylinders
- Einführung verschiedener Zeichengeräte
 - Bild/Skizze, ggf. Nennung der Bestandteile
 - z. B. Nulllinie beim Geodreieck
 - Maßeinteilung, wenn vorhanden
 - Erläuterung der Gründe, warum man dieses Gerät für bestimmte Sachen benutzen kann mithilfe der zugrunde liegenden mathematischen Begriffe und Eigenschaften
 - Konstruierbarkeit (Definition, durchführbare/nicht-durchführbare Konstruktionen,...)
- Flächen- und Rauminhalt
 - Definition Flächen-/Körpermaß
 - Definition der Figuren, auf die sich in der Stunde bezogen wird
 - Nennung und Herleitung der entsprechenden Formeln für die Berechnung des Flächeninhalts, ggf. auch in der Grundschule, in jedem Fall ist eine Quelle anzugeben, in der die Herleitung der Formel zu finden ist
- Geometrische Abbildungen
 - Beschreibung der Abbildung
 - z. B. Achsenspiegelung als Abbildung der euklidischen Ebene auf sich selbst
 - Definition und Kategorisierung der Abbildung einschließlich Erläuterung der Zusammenhänge zwischen den Kategorien
 - z. B. Ähnlichkeitsabbildung \rightarrow Kongruenzabbildung \rightarrow Achsenspiegelung

INFORMATIONEN ZU GHR 300, Kohorte 2022/23

- Nennung der Eigenschaften der Abbildung
 - z. B. Abstandserhaltung von Kongruenzabbildungen

Größen und Messen:

- Einführen eines Größenbereichs
 - Definitionen und Unterscheidung: Größe, Größenbereich, Repräsentant; Maß, Messen, (Maß-)Einheit
 - mathematische Beschreibung des Größenbereichs über die Normierungs-, Zerlegungs- und Bewegungseigenschaft
 - Beschreibung einer Größe als Ordnungs- bzw. Äquivalenzklasse und Nennung der dem Größenbereich zugrunde liegenden Relation/en
 - z. B. Größenbereich Längen bestimmt über „ist kürzer/länger als“ bzw. „ist genauso lang wie“
- Rechnen mit Größen
 - Umrechnungsfaktoren
 - Thematisierung des Verlassens des natürlichen Zahlbereichs
 - z. B. Rolle des Kommas beim Trennen von Einheiten
- Besonderheiten Uhrzeit
 - Unterscheidung Uhrzeit/Zeitpunkt (keine Größe) und Zeitspanne (Größe)
 - Modulo (mod 60 bzw. mod 12/mod 24) und Stellenwertsystem (Basis 60)
- Besonderheiten Geld
 - Stellenwertsystem (Basis 100)
 - verschiedene Zwischenbündelungen (2 und 5 als Primfaktoren der 10)

Daten und Zufall:

- Deskriptive Statistik (Daten erfassen, darstellen und auswerten)
 - Definition der Grundbegriffe
 - z. B. Merkmal, Grundgesamtheit/Stichprobe, Merkmalsträger, Merkmalsraum, Merkmalsausprägungen
 - Nennung des relevanten Merkmalstyps
 - z. B. quantitativ, qualitativ
 - Skalenniveau
 - z. B. nominal, ordinal, kardinal
 - absolute und relative Häufigkeit
 - Nennen der in der Unterrichtsstunde vorkommenden Darstellungsmöglichkeiten
 - z. B. Strichliste, Urliste, Häufigkeitstabelle, Diagramme
 - Erläuterung der Darstellung unter Verwendung von Grundbegriffen
 - z. B. werden an der x-Achse eines Säulendiagramms die Merkmalsausprägungen abgetragen
 - Definition von Kennwerten der Datenauswertung
 - z. B. Mittelwert, Streuung, Modalwert, Minimum, Maximum
 - sofern relevant: Herleitung der Formeln für Kennwerte

INFORMATIONEN ZU GHR 300, Kohorte 2022/23

- Kombinatorik (im KC dem Bereich Zahlen und Operationen zugeordnet)
 - Kombinatorische Zählprinzipien
 - z. B. *Additions- und Multiplikationsprinzip*
 - behandelte kombinatorische Grundsituationen nennen
 - z. B. *Permutation, Variation, Kombination, Kreuzprodukt*
 - jeweilige Formel mithilfe kombinatorischer Zählprinzipien allgemein herleiten
 - etwa: *Was zählt der Binomialkoeffizient und warum?*
 - Baumdiagramm: Erläuterung mit den Grundbegriffen aus der Statistik bzw. Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Wahrscheinlichkeitsrechnung
 - Definition der Grundbegriffe
 - z. B. *Wahrscheinlichkeitsmaß, Zufallsexperiment, Ergebnismenge, Ergebnis, Ereignis, Elementarereignis, Zufallsvariable*
 - Definition des zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeitsbegriffs
 - Wahrscheinlichkeitsstreifen: Zuordnung der Begrifflichkeiten unmöglich, möglich, sicher zum Einheitsintervall $[0,1]$
 - z. B. *Was bedeutet es mathematisch, dass ein Ereignis sicher ist?*
 - Zufallsexperimente: Modellannahmen darlegen
 - z. B. *Ergebnismenge und zugrunde liegende Verteilung nennen*
 - Nennung und Erläuterung „Empirisches Gesetz der großen Zahlen“
 - Definition von Kennwerten
 - z. B. *Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung*
 - sofern relevant: Herleitung der Formeln für Kennwerte

Funktionaler Zusammenhang:

- Definition von Funktion allgemein
- Querverbindungen zu Zuordnung/Relation beschreiben
- Definition der in der Stunde behandelten Funktion inkl. Funktionsart
 - z. B. *trigonometrische Funktion, lineare Funktion als spezielle Polynomfunktion*
- Angabe von Bild- und Urbildmenge
- Eigenschaften der Funktion
 - *injektiv, bijektiv, surjektiv*
- Beschreibung der verschiedenen Darstellungen der Funktion(en)
 - z. B.: *klare Trennung der Begriffe Funktion, Funktionsterm und Funktionsgraph*

Algebra:

- Gleichungen
 - Definition einer Gleichung
 - Über welche algebraische Struktur wird die Gleichung gelöst?
 - Begriff der Äquivalenz(umformung)
 - z. B. *bei einer Gleichung bleibt der Wahrheitswert gleich*

INFORMATIONEN ZU GHR 300, Kohorte 2022/23

Prozessbezogene Kompetenzbereiche

Bei prozessbezogenem Schwerpunkt der Unterrichtsstunde (insbesondere Problemlösen und Modellieren) stellen Sie zusätzlich zum mathematischen Inhalt den für die Stunde grundlegenden Prozesses aus fachlicher Perspektive dar.

- Definition/Erklärung, worum es sich beim Modellieren/Problemlösen handelt sowie der zugrundeliegenden theoretischen Ansätze
- Hervorhebung des (Teil-)Aspekts, der für die Stunde besonders relevant ist
- Nennung von möglichen Lösungsstrategien
- Nennung plausibler Annahmen und möglicher Lösungen

Eine Auswahl geeigneter Literatur:

Büchter, A. & Henn, H.-W. (2010). Elementare Analysis: von der Anschauung zur Theorie. Heidelberg: Spektrum, Akad. Verl.

Büchter, A. & Padberg, F. (2019). Einführung in die Arithmetik: Primarstufe und Sekundarstufe. Berlin: Springer Spektrum.

Griesel, H. (1973). Die neue Mathematik für Lehrer und Studenten. Bd. 2: Größen, Bruchzahlen, Sachrechnen. Hannover: Schroedel.

Helmerich, M. & Lengnink, K. (2016). Einführung Mathematik Primarstufe: Geometrie. Berlin: Springer Spektrum.

Kirsch, A. (1970). Elementare Zahlen- und Größenbereiche: eine didaktisch orientierte Begründung der Zahlen und ihrer Anwendbarkeit. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Krauter, S. (o. J.). Größen im Mathematikunterricht.

mit freundlicher Genehmigung von S. Krauter verfügbar unter: https://www.uni-hildesheim.de/media/fb4/mathematik/arbeitsgruppen/MaDi_1/GHR_300/Groessen_Krauter.pdf

Kütting, H. & Sauer, M. J. (2014). Elementare Stochastik: mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte. Berlin: Springer Spektrum.

Padberg, F. (1997). Arithmetik. Heidelberg [u. a.]: Spektrum, Akad. Verl.

Padberg, F. & Büchter, A. (2015). Einführung Mathematik Primarstufe: Arithmetik. Berlin: Springer.

Padberg, F., Danckwerts, R., & Stein, M. (2001). Zahlbereiche: eine elementare Einführung. Heidelberg: Spektrum, Akad. Verl.

Wittmann, G. (2019). Elementare Funktionen und ihre Anwendungen. Berlin: Springer Spektrum.

Selbstverständlich handelt es sich auch bei den Skripten der von Ihnen gehörten Fachvorlesungen um geeignete Literatur für die Sachanalyse